

NOEN SANNSYNLIGHETER I BRIDGE

Av Hans-Wilhelm Mørch.

SANNSYNLIGHETER FOR HVORDAN TRUMFEN(ELLER ANDRE SORTER) ER FORDELT

Anta at du mangler n kort i trumffargen. Hva er sannsynligheten for at vest har a av dem? La

V_a = vest har a kort i fargen. Da er

$$P(V_a) = \frac{\binom{n}{a} \cdot \binom{26-n}{13-a}}{\binom{26}{13}}, \text{ der } a \text{ og } n \text{ er hele tall.}$$

Anta at du mangler 5 ($n = 5$) trumf og lurte på hva sannsynligheten er for at vest har 2 ($a = 2$) og øst 3. I formelen over er altså $n = 5$ og $a = 2$. Vi får

$$P(V_2) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{26-5}{13-2}}{\binom{26}{13}} = 0,339$$

Det betyr at sannsynligheten for 3 – 2 fordeling er det dobbelte siden sannsynligheten for at øst har 2 og vest 3 er den samme.

I tabellen nedenfor har jeg listet opp en del sannsynligheter. På grunn av avrunding i tredje desimal summerer ikke prosentene seg til nøyaktig 100.

Mangler antall kort i fargen	Fordeling	Sannsynlighet og %
7	4 – 3	0,62 tilsvarende 62 %
7	5 – 2	0,31 tilsvarende 31 %
7	6 – 1	0,07 tilsvarende 7 %
6	6 – 0	0,015 tilsvarende 1,5 %
6	5 – 1	0,15 tilsvarende 15 %
6	4 – 2	0,48 tilsvarende 48 %
6	3 – 3	0,36 tilsvarende 36 %
5	5 – 0	0,039 tilsvarende 3,9 %
5	4 – 1	0,28 tilsvarende 28 %
5	3 – 2	0,68 tilsvarende 68 %
4	4 – 0	0,1 tilsvarende 10 %
4	3 – 1	0,50 tilsvarende 50 %
4	2 – 2	0,41 tilsvarende 41 %
3	3 – 0	0,22 tilsvarende 22 %
3	2 – 1	0,78 tilsvarende 78 %
2	2 – 0	0,48 tilsvarende 48 %
2	1 – 1	0,52 tilsvarende 52 %

SITTER DAMEN 2DRE ELLER 3DJE?

Anta at du er spiller og mangler n kort i en farge. Definer hendelsene

$D_v =$ ”damen er i vest”

$V_i =$ ”vest har i kort i fargen”

Vi ønsker å finne sannsynligheten for at damen sitter i -te i vest.

Den kan nå skrives

$$P(D_v \cap V_i) = P(V_i | D_v) \cdot P(D_v) = \frac{1}{2} P(V_i | D_v) = \frac{1}{2} \frac{\binom{n-1}{i-1} \cdot \binom{26-n}{13-i}}{\binom{25}{12}}$$

Anta $n = 5$. Det vil si at vi mangler 5 kort i fargen.

La $i = 1$. Det betyr at vi søker sannsynligheten for at damen sitter singel i vest.

Sannsynligheten blir 0,028. Sannsynligheten for at damen sitter singel(i øst eller i vest) blir det dobbelte og lik 0,057.

La $i = 2$. Det betyr at vi søker sannsynligheten for at damen sitter dobbel i vest.

Sannsynligheten blir 0,136. Sannsynligheten for at damen sitter dobbel(i øst eller i vest) blir det dobbelte og lik 0,27.

Anta $n = 4$. Det vil si at vi mangler 4 kort i fargen.

La $i = 1$. Det betyr at vi søker sannsynligheten for at damen sitter singel i vest.

Sannsynligheten blir 0,06. Sannsynligheten for at damen sitter singel(i øst eller i vest) blir det dobbelte og lik 0,12.

La $i = 2$. Det betyr at vi søker sannsynligheten for at damen sitter dobbel i vest.

Sannsynligheten blir 0,203. Sannsynligheten for at damen sitter dobbel(i øst eller i vest) blir det dobbelte og lik 0,41.

La $i = 3$. Det betyr at vi søker sannsynligheten for at damen sitter tredje i vest.

Sannsynligheten blir 0,187. Sannsynligheten for at damen sitter tredje(i øst eller i vest) blir det dobbelte og lik 0,37.

La $i = 4$. Det betyr at vi søker sannsynligheten for at damen sitter fjerde i vest.

Sannsynligheten blir 0,048. Sannsynligheten for at damen sitter fjerde(i øst eller i vest) blir det dobbelte og lik 0,096

Det betyr at sannsynligheten for at damen sitter 0-te i vest(det vil si 4-de i øst) er lik 0,048.

Vi kan sjekke resultatet og får at

$P(\text{dame singel}) + P(\text{dame dobbel}) + P(\text{dame tredje}) + P(\text{dame fjerde}) = 0,12 + 0,41 + 0,37 + 0,096 = 0,996$ altså praktisk talt lik 1, som summen av sannsynlighetene av de mulige hendelsene(disjunkte) skal være.

La n = 3 og i = 1.

Det betyr at vi søker sannsynligheten for at damen sitter singel i vest. Sannsynligheten blir 0,13. Sannsynligheten for at damen sitter singel(i øst eller i vest) blir det dobbelte og lik 0,26. Dette betyr at hvis du mangler 3 kort inkludert kongen har du 26 % sjanse for å felle kongen med esset.

La n = 2 og i = 1.

Det betyr at vi søker sannsynligheten for at damen sitter singel i vest. Sannsynligheten blir 0,26. Sannsynligheten for at damen sitter singel(i øst eller i vest) blir det dobbelte og lik 0,52.

La n = 7 og i = 4.

Det betyr at vi søker sannsynligheten for at damen sitter fjerde i vest. Sannsynligheten blir 0,18. Sannsynligheten for at damen sitter fjerde(i øst eller i vest) blir det dobbelte og lik 0,36.

SANNSYNLIGHETER FOR FORSKJELLIGE FORDELINGER

La 5 3 3 2 bety 5 i en sort, 3 i en annen, 3 i en tredje og 2 i en siste sort. La oss først se på sannsynligheten for en spesiell slik fordeling

$$\frac{\binom{13}{5} \cdot \binom{13}{3} \cdot \binom{13}{3} \cdot \binom{13}{2}}{\binom{52}{13}} = 0.01293$$

$P(5 \text{ spar, } 3 \text{ hjerter, } 3 \text{ ruter, } 2 \text{ kløver}) =$

$$\frac{4!}{1! \cdot 2! \cdot 1!} = 12$$

Det finnes imidlertid 12 forskjellige måter å få en fordeling som over. Da blir $P(5 \ 3 \ 3 \ 2) = 0,01293 \cdot 12 = 0,155$, det vil si det er 15,5 % sjanse for å få 5 3 3 2 fordeling.

Tilsvarende blir sannsynligheten for 5 4 2 2 fordeling:

Se først på sannsynligheten for en spesiell slik fordeling

$$\frac{\binom{13}{5} \cdot \binom{13}{4} \cdot \binom{13}{2} \cdot \binom{13}{2}}{\binom{52}{13}} = 0.00882$$

$P(5 \text{ spar, } 4 \text{ hjerter, } 2 \text{ ruter, } 2 \text{ kløver}) =$

$$\frac{4!}{1! \cdot 2! \cdot 1!} = 12$$

Det finnes 12 forskjellige måter å få en fordeling som over. Da blir $P(5 \ 4 \ 2 \ 2) = 0,00882 \cdot 12 = 0,106$, det vil si 10,6 % sjanse.

På samme måte finner man

$P(4 \ 4 \ 3 \ 2) = 21,6 \%$,

$P(4 \ 3 \ 3 \ 3) = 10,5 \%$,

$P(4\ 4\ 4\ 1) = 3,0\ %$,
 Slik blir det $(21,6 + 10,5 + 3,0)\ % = 35,1\ %$ sjanse for at den lengste fargen er 4 kort.

$P(5\ 3\ 3\ 2) = 15,5\ %$,
 $P(5\ 4\ 3\ 1) = 12,9\ %$,
 $P(5\ 4\ 2\ 2) = 10,6\ %$
 $P(5\ 5\ 2\ 1) = 3,2\ %$,
 $P(5\ 4\ 4\ 0) = 1,2\ %$,
 $P(5\ 5\ 3\ 0) = 0,9\ %$,
 Slik blir det $(15,5 + 12,9 + 10,6 + 3,2 + 1,2 + 0,9)\ % = 44,3\ %$ sjanse for at den lengste fargen er 5 kort.

$P(6\ 3\ 2\ 2) = 5,6\ %$,
 $P(6\ 3\ 3\ 1) = 3,5\ %$,
 $P(6\ 4\ 2\ 1) = 4,7\ %$,
 $P(6\ 4\ 3\ 0) = 1,3\ %$,
 $P(6\ 5\ 1\ 1) = 0,8\ %$,
 $P(6\ 5\ 2\ 0) = 0,7\ %$,
 $P(6\ 6\ 1\ 0) = 0,1\ %$,
 Slik blir det $16,7\ %$ sjanse for at den lengste fargen er 6 kort.

$$\frac{\binom{13}{7} \cdot \binom{39}{6}}{\binom{52}{13}} \cdot 4 = 0,035$$

$P(7\ \text{kort i en farge}) =$ Dette er $3,5\ %$ og betyr at denne fordelingen får du i det lange løp 35 av 1000 ganger.

Her må vi gange med 4 side det er 4 sorter å få 7 kort i.
 Tilsvarende finner vi

$$\frac{\binom{13}{8} \cdot \binom{39}{5}}{\binom{52}{13}} \cdot 4 = 0,0047$$

$P(8\ \text{kort i en farge}) =$. Denne fordelingen får du i det lange løp 4,7 ganger av 1000.

$$\frac{\binom{13}{9} \cdot \binom{39}{4}}{\binom{52}{13}} \cdot 4 = 0,00037$$

$P(9\ \text{kort i en farge}) =$. I det lange løp får du denne fordelingen 4 av 10000 ganger.

Hvis vi legger sammen sannsynlighetene
 $P(\text{lengste farge er 4 kort}) + P(\text{lengste farge er 5 kort}) + P(\text{lengste farge er 6 kort}) + P(\text{lengste farge er 7 kort}) + P(\text{lengste farge er 8 kort}) + P(\text{lengste farge er 9 kort}) = 0,351 + 0,443 +$

$0,167 + 0,035 + 0,0047 + 0,00037 = 1,00107$. At sannsynligheten blir større enn 1 skyldes avrundingsfeil.